

آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : حسابان	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۵ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	سوالات		
	نمره		

۱ قرینه نقطه $A(۲, ۳)$ را نسبت به خط $y + x = ۲$ به دست آورید.

تالیفی علی شهبازی فراهانی
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۲ معادله $\frac{۳}{x+۲} + \frac{۲}{x} = \frac{۴x-۴}{x^2-۴}$ را حل کنید.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

۳ حاصل عبارت $[\sqrt{12}] + [\sqrt{13}] + \dots + [\sqrt{122}]$ را به دست آورید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۴ معادله $\sqrt{4x^2 - 8x - 3} = 2x^2 - 4x - 3$ را حل کنید.

تالیفی علی شهبازی فراهانی
مدارس ریاضی و فیزیک مفید
مدارس علوم تجربی مفید

۵ معادله زیر را حل کنید.

$$\log_7^{x^8} + \log_7^{\sqrt{x}} = 17$$

تالیفی علی صدری
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۶ تابع‌های $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = |x|$ باهم برابرند ولی تابع‌های $f(x) = \frac{x}{x}$ و $g(x) = 1$ برابر نیستند. چرا؟

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

۷ دنباله هندسی زیر را در نظر بگیرید. ($q = 1$)

$$a, aq, aq^2, \dots$$

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان فعالیت

الف جمله n ام دنباله چیست؟

ب مجموع n جمله اولیه دنباله هندسی S_n را به دست آورید.

۸ معادله زیر را حل کنید.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right)x^2 - \sqrt{2}x - 1 = 0$$

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۹ معادله $(\log_3 x)^2 + 4 \log_3 x = 5$ را حل کنید.

تالیفی علی صدری
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

۱۰ در داستان مخترع شطرنج اگر در خانه اول یک دانه گندم و در خانه دوم دو دانه گندم و به همین صورت در هر خانه دو برابر خانه قبلی گندم قرار دهیم و اگر هر دانه گندم را یک گرم در نظر بگیریم، آنگاه:

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان کار در کلاس

الف این جایزه چند گرم می‌شود؟

ب نشان دهید جایزه او بیش از ۱۰۰۰ میلیارد تن خواهد شد.

۱۱ بر روی محور طول‌ها چه نقاطی وجود دارد که مجموع فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه با طول‌های ۱- و ۳ روی محور xها برابر ۶ باشد؟

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

۱۲ دامنه تابع $f(x) = \log[x^2 - 24]$ را به دست آورید ($[\]$ ، نماد جزء صحیح است).

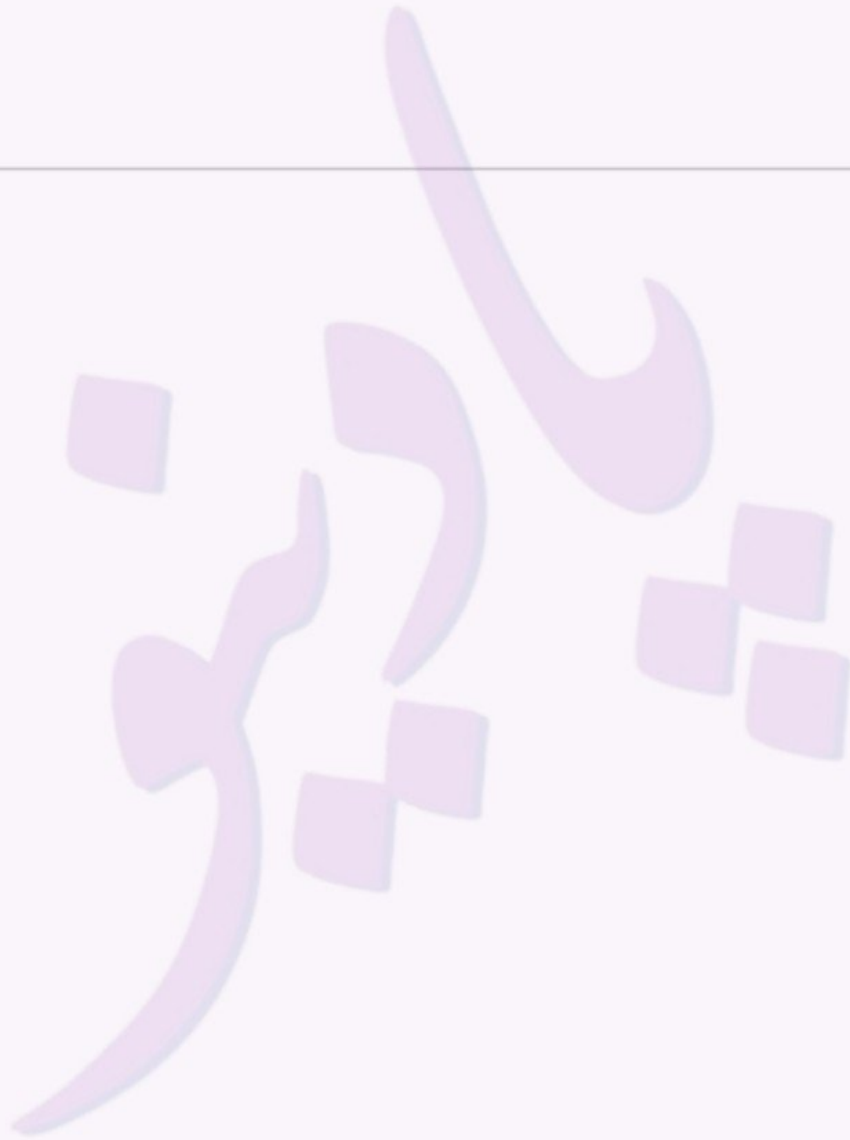
تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

اگر $f(x)$ یک تابع خطی باشد به طوری که $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{-x^2 + x - 1}{x}$ ، حاصل $f(6)$ را به دست آورید.

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

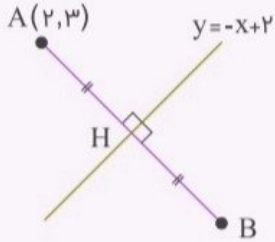
مدارس ریاضی و فیزیک مفید



آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : حسابان	ساعت شروع :	تاریخ امتحان :	مدت امتحان :
نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی	پایه ی یازدهم دوره ی متوسطه	تعداد صفحات : ۶ صفحه
آزمون شبیه ساز + پاسخنامه	جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید		
ردیف	پاسخنامه		
نمره			

۱

اول یک شکل فرضی رسم می‌کنیم:



شیب خط AB ، قرینه و معکوس شیب خط $y = -x + 2$ است:

$$m_{AB} = 1$$

معادله AB را می‌نویسیم:

$$y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 1$$

مختصات نقطه برخورد دو خط $y = -x + 2$ و $y = x + 1$ را به دست آورده و آن را H می‌نامیم:

$$x + 1 = -x + 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x_H = \frac{1}{2} = 0.5 \Rightarrow y_H = 1.5$$

نقطه H وسط A و B است، پس:

$$\left. \begin{aligned} x_H &= \frac{x_A + x_B}{2} \Rightarrow 0.5 = \frac{2 + x_B}{2} \Rightarrow x_B = -1 \\ y_H &= \frac{y_A + y_B}{2} \Rightarrow 1.5 = \frac{3 + y_B}{2} \Rightarrow y_B = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow B = (-1, 0)$$

تالیفی علی شهبازی فراهانی
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

کوچک‌ترین مضرب مشترک مخرج‌ها برابر با $x(x^2 - 4)$ است.
با ضرب طرفین معادله در این عبارت داریم:

$$3x(x-2) + 2(x^2-4) = x(4x-4)$$

$$3x^2 - 6x + 2x^2 - 8 = 4x^2 - 4x$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } x = -2$$

البته جواب $x = -2$ مورد قبول نیست (ریشه مخرج است).

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

باتوجه به ویژگی تابع جزء صحیح، می‌دانیم: $n \leq [x] < n+1$ ، $(n \in \mathbb{Z})$ ، حال:

$$\underbrace{[\sqrt{82}] + [\sqrt{83}] + \dots + [\sqrt{99}]}_{18 \text{ جمله}} + \underbrace{[\sqrt{100}] + [\sqrt{101}] + \dots + [\sqrt{120}]}_{21 \text{ جمله}} + \underbrace{[\sqrt{121}] + [\sqrt{122}]}_{2 \text{ جمله}}$$

$$[\sqrt{82}] = [\sqrt{83}] = \dots = [\sqrt{99}] = 9 \Rightarrow \underbrace{18}_{\text{جمله}} \times \underbrace{9}_{\text{حاصل}} = 162$$

$$[\sqrt{100}] = [\sqrt{101}] = \dots = [\sqrt{120}] = 10 \Rightarrow 21 \times 10 = 210$$

$$[\sqrt{121}] = [\sqrt{122}] = 11 \Rightarrow 2 \times 11 = 22$$

$$\text{حاصل کل} = 162 + 210 + 22 = 394$$

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

با فرض $t = 2x^2 - 4x - 3$ ، داریم:

$$2x^2 - 4x = t + 3$$

معادله اولیه را کمی ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\sqrt{4x^2 - 4x - 3} = 2x^2 - 4x - 3 \Rightarrow \sqrt{2(2x^2 - 4x) - 3} = 2x^2 - 4x - 3$$

حال به جای $2x^2 - 4x$ ، عبارت $t + 3$ را قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{2(t+3) - 3} = t \Rightarrow \sqrt{2t+3} = t$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} t^2 - 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \times \\ t = 3 \checkmark \end{cases}$$

دقت کنید $t = -1$ در معادله صدق نمی‌کند.
حال عبارتی که t گرفته بودیم را برابر با ۳ قرار می‌دهیم:

$$2x^2 - 4x - 3 = 3 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\times \frac{1}{2}} x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

تالیفی علی شهبازی فراهانی
مدارس ریاضی و فیزیک مفید
مدارس علوم تجربی مفید

$$4 \log_7^x + \frac{1}{\frac{1}{4}} \log_x^7 = 17 \Rightarrow \log_7^x + \log_x^7 = \frac{17}{4}$$

$$\log_7^x = t \Rightarrow t + \frac{1}{t} = \frac{17}{4} \Rightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^x = 4 \Rightarrow x = 16 \\ \log_7^x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \sqrt[4]{7} \end{cases}$$

تالیفی علی صدری
مدارس علوم تجربی مفید
مدارس ریاضی و فیزیک مفید

در تابع‌های $f(x) = \sqrt{x^2}$ و $g(x) = |x|$ دامنه برابر با \mathbb{R} است و ضابطهٔ توابع باهم برابرند:

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2} = |x| \\ g(x) = |x| \end{cases} \Rightarrow f(x) = g(x)$$

ولی در تابع‌های $f(x) = \frac{x}{x}$ و $g(x) = 1$ دامنهٔ $f(x)$ برابر با $\mathbb{R} - \{0\}$ ولی دامنهٔ $g(x)$ برابر با \mathbb{R} است، بنابراین $D_f \neq D_g$ پس دو تابع برابر نیستند.

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان مثال

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان فعالیت

$$a_1 = a, a_2 = aq, a_3 = aq^2 \Rightarrow a_n = aq^{n-1}$$

ب فرض می‌کنیم مجموع n جملهٔ اولیه دنبالهٔ هندسی S_n باشد:

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-2} + aq^{n-1}$$

طرفین رابطه را در q ضرب می‌کنیم:

$$S_n q = aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} + aq^n$$

اگر $S_n - S_n q$ را تشکیل دهیم، پس از ساده‌سازی نتیجه می‌گیریم:

$$S_n - qS_n = a - aq^n \Rightarrow S_n = a \frac{(1 - q^n)}{1 - q}$$

اگر در معادلهٔ $ax^2 + bx + c = 0$ داشته باشیم: $a + b + c = 0$ ، آنگاه معادله دارای ریشه‌های 1 و $\frac{c}{a}$ است.

حال در معادلهٔ داده‌شده داریم:

$$a + b + c = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + (-\sqrt{2}) + (-1) = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} - \sqrt{2} - 1 = 0$$

شرط فوق برای این معادله برقرار است، درنتیجه:

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{\sqrt{2}-1} = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

$$\log_3^x = t$$

$$t^2 + 4t - 5 = 0 \Rightarrow t = 1 \text{ یا } -5$$

$$\log_3^x = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\log_3^x = -5 \Rightarrow x = 3^{-5}$$

تالیفی علی صدری

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

کتاب درسی ریاضی و فیزیک یازدهم حسابان کار در کلاس

الف

در صفحه شطرنج ۶۴ خانه داریم:

$$1, 2, 4, \dots, 2^{63}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q} = \frac{1(1 - 2^{64})}{1 - 2} = 2^{64} - 1 \text{ گرم}$$

$$2^{64} - 1 = (2^{10})^6 \times 2^4 - 1 = 1024^6 \times 16 - 1$$

می‌دانیم ۱۰۰۰ میلیارد برابر با ۱۰۰۰^۴ است و یک تن برابر با ۱۰۰۰^۲ گرم است. در نتیجه ۱۰۰۰ میلیارد تن برابر با ۱۰۰۰^۶ است که از مقدار ۱۰۲۴^۶ × ۱۶ - ۱ کمتر است.

ب

$$|x + 1| + |x - 3| = 6 \Rightarrow \begin{cases} x \leq -1: -x - 1 - x + 3 = 6 \Rightarrow -2x = 4 \Rightarrow x = -2 \text{ قق} \\ -1 < x < 3: x + 1 - x + 3 = 6 \Rightarrow 4 = 6 \text{ غقق} \\ x \geq 3: x + 1 + x - 3 = 6 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \text{ قق} \end{cases}$$

مدارس ریاضی و فیزیک مرکز آزمون مدارس برتر

نکته: برای محاسبه دامنه تابع $\log_{g(x)}^{f(x)}$ باید شرطهای زیر برقرار باشد:

$$f(x) > 0, \quad g(x) > 0, \quad g(x) \neq 1$$

پس داریم:

$$[x^2 - 24] > 0 \Rightarrow x^2 - 24 \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq 25 \Rightarrow |x| \geq 5 \Rightarrow D_f = (-\infty, -5] \cup [5, +\infty)$$

تالیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید

چون تابع $f(x)$ یک تابع خطی است، پس فرم آن به صورت $f(x) = ax + b$ می باشد. حال باید تابعی پیدا کرد که $f(x)$ و $f(\frac{1}{x})$ آن برابر باشد یا به عبارت دیگر $x = \frac{1}{x}$:

$$x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$f(1) + f(1) = \frac{-1^2 + 1 - 1}{1} = -1 \Rightarrow 2f(1) = -1 \Rightarrow f(1) = -\frac{1}{2}$$

$$f(-1) + f(-1) = \frac{-(-1)^2 - 1 - 1}{-1} = 3 \Rightarrow 2f(-1) = 3 \Rightarrow f(-1) = \frac{3}{2}$$

حال معادله خط $f(x)$ را می نویسیم:

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{3}{2} - (-\frac{1}{2})}{-1 - 1} = -1$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y + \frac{1}{2} = (-1)(x - 1) \Rightarrow y = -x + \frac{1}{2}$$

$$f(6) = -6 + \frac{1}{2} = -\frac{11}{2}$$

تألیفی محمدرضا محمدهاشمی - محمد رفیعی امین

مدارس علوم تجربی مفید

مدارس ریاضی و فیزیک مفید